Marius Perianu
Cătălin Stănică
Ștefan Smărăndoiu

Matematică

Clasa a V-a

I

art
educațional

Cuprins

Algebră

I. Numere naturale

II. Metode aritmetice de rezolvare a problemelor

III. Divizibilitatea numerelor naturale

IV. Variante de subiecte pentru teză

Soluții

I.1 Scrierea și citirea numerelor naturale

Scrierea. Pentru scrierea unui număr natural, se folosesc unul sau mai multe din următoarele zece simboluri, numite *cifre arabe*:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Fiecare număr se scrie ca o succesiune de cifre, care se pot repeta, prima cifră a unui număr natural de cel puțin două cifre fiind diferită de 0. De asemenea, fiecare succesiune de cifre reprezintă un număr.

Acest mod de scriere a unui număr natural se numește *sistem zecimal* sau *în baza zece*, pentru că zece unități de un anumit ordin formează o unitate de ordin imediat mai mare.

Citirea. Pentru a citi un număr natural, grupăm cifrele câte trei de la dreapta spre stânga. Aceste grupe se numesc clase. Fiecare clasă se compune din unități, zeci și sute. În ordine de la dreapta la stânga avem: clasa unităților, clasa miilor, clasa milioanelor, clasa miliardelor etc. Din acest motiv, scrierea numerelor în baza zece este o scriere *pozițională*, deoarece fiecare cifră are o anumită valoare după locul unde este scrisă.

Exemplu: În numărul 23 472 508 216, cifra 2 apare de trei ori, de la dreapta spre stânga și ea are următoarele valori: sute, milioane și respectiv zeci de miliarde.

sute de miliarde	zeci de miliarde	miliarde	sute de milioane	zeci de milioane	milioane	sute de mii	zeci de mii	mii	sute	zeci	unități
	2	3	4	7	2	5	0	8	2	1	6
clasa *miliardelor*			clasa *milioanelor*			clasa *miilor*			clasa *unităților*		

Descompunerea zecimală. Orice număr natural de două sau mai multe cifre se scrie în mod unic sub forma unei sume de produse între fiecare cifră din scrierea numărului și numărul ce indică ordinul cifrei respective (1, 10, 100, 1 000 etc.).

Exemple:

1 $37 = 3 \cdot 10 + 7$

2 $275 = 2 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 5$

3 $8086 = 8 \cdot 1000 + 0 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 6$

Cazul general

$\overline{ab} = 10 \cdot a + b$

$\overline{abc} = 100 \cdot a + 10 \cdot b + c$

$\overline{abcd} = 1000 \cdot a + 100 \cdot b + 10 \cdot c + d$

Observație. Numărul de numere naturale n cuprinse între două numere naturale a și b date:
- de la 1 la n sunt n numere naturale, iar de la 0 la n sunt $n + 1$ numere naturale;
- în general, de la a la b (incluzându-le pe a și b) sunt $b - a + 1$ numere naturale.

Exersare

1 Citiți numerele:

a 123 000 456; b 985 420; c 203 005 023;
d 987 654 321; e 100 005; f 403 067;
g 98 700 654; h 120; i 202 022.

2 Scrieți, în baza zece, numerele:

a treizeci și nouă; b două sute patruzeci; c două mii trei;
d nouă mii nouă sute; e o mie șapte sute cinci; f trei milioane o sută;
g trei mii; h trei mii două sute trei; i două sute șaisprezece.

3 Scrieți, în baza zece, numerele:

a trei milioane cinci sute nouăzeci și șapte de mii douăzeci și doi;
b opt milioane patru sute trei mii cinci sute treizeci și cinci;
c treizeci și șapte de milioane optzeci de mii șase;
d patru sute patruzeci și trei de mii opt sute unu.

4 a Scrieți patru numere impare cu suma cifrelor 3.
b Scrieți trei numere impare cu produsul cifrelor 8.
c Scrieți patru numere pare cu suma cifrelor 12.

5 a Scrieți 4 numere pare, având suma cifrelor 3.
b Scrieți 4 numere impare de două cifre, având diferența cifrelor egală cu 1.

6 Dați trei exemple de numere naturale de forma $\overline{abcdcba}$ și apoi citiți-le.

7 Determină câte numere cuprinse între 41 și 80 conțin:

a cifra 6; b cifra 4; c două cifre consecutive;
d cifrele 4 sau 8; e o cifră pară; f două cifre impare.

8 a Câte cifre se folosesc pentru a scrie toate numerele naturale până la 20 inclusiv?
b Câte cifre se folosesc pentru a scrie toate numerele de la 1 la 35, inclusiv 1 și 35?
c De câte ori se utilizează cifra 5 pentru a scrie toate numerele naturale de 3 cifre?

9 Câte numere naturale cuprinse între 500 și 550 conțin:

a cifra 3; b două cifre identice; c cifrele 0 sau 7?

Rezolvare: **a** Numerele care conțin cifra 3 sunt: 503, 513, 523, 543 și 530, 531, 532, ..., 539. În total sunt 14 numere.

10 Stabiliți valoarea de adevăr a egalității de numere: XLVI = 46.

11 Se consideră șirul de numere naturale 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ..., numit șirul lui Fibonacci.

- **a** Scrieți următorii trei termeni ai șirului.
- **b** Al câtelea termen are cel puțin două cifre și începe cu cifra 5?
- **c** Care este primul termen care are trei cifre?

12 Aflați cel mai mic număr $\overline{abcd}$ știind că cifra zecilor este 7 și cifrele din care este format sunt consecutive.

13 **a** Determinați numerele de forma $\overline{abc}$ știind că $\overline{abc} = 7 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 1$.

b Determinați cifrele a, b, c știind că $634 = a \cdot 100 + b \cdot 10 + c$.

c Determinați cifrele a, b, c, d știind că $\overline{4a5c} = b \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + d \cdot 10 + 9$.

d Determinați cifrele a, b, c, d știind că $\overline{ab2d} = b \cdot 1000 + c \cdot 100 + d \cdot 10 + a$.

Rezolvă problema chiar aici:

14 **a** Determinați numerele de forma $\overline{a2b5}$ știind că produsul cifrelor sale este 120.

b Determinați numerele de forma $\overline{11a3b7}$ știind că suma cifrelor sale este 17.

15 **a** Aflați numerele naturale $\overline{ab}$ pentru care $\overline{a2b} = \overline{2ba}$.

b Aflați numerele naturale $\overline{abc}$ pentru care $\overline{a4bc} = \overline{cbaa}$.

c Câte numere naturale $\overline{abcd}$ verifică egalitatea $\overline{a7bd} = \overline{cadb}$?

16 **a** Aflați cifrele a și b știind că răsturnatul numărului $\overline{a4}$ este $\overline{b5}$.

b Aflați cifrele a, b, c știind că răsturnatul numărului $\overline{5ab4}$ este $\overline{403c}$.

c Aflați cifrele a, b, c și d știind că răsturnatul numărului $\overline{abc6}$ este $\overline{bcb3}$, iar răsturnatul numărului $\overline{3bcd}$ este $\overline{90ba}$.

17 **a** Câte numere naturale sunt de la 1 la 34? Dar de la 0 la 25? Dar de la 7 la 28?

b Câte numere naturale sunt de la 1 la 9? Dar de la 11 la 75? Dar de la 111 la 211?

Rezolvare: **a** De la 1 până la 34 sunt 34 numere naturale. De la 0 până la 25 sunt 26 numere naturale. De la 7 până la 28 sunt $28 - 7 + 1 = 22$ numere naturale.

18 **a** Câte numere pare și câte impare sunt de la 127 până la 579?

b Determinați câte numere pare sunt de la 444 până la 2012.

Rezolvare: **a** Numerele care trebuie *numărate* se repetă din 2 în 2. Vom utiliza un *contor de numărare.*[1] Numerele pare cuprinse între 127 și 579 sunt $128 = 2 \cdot \mathbf{64}$, $130 = 2 \cdot \mathbf{65}$, ..., $578 = 2 \cdot \mathbf{289}$, adică sub forma $2k$, unde k (pe care îl vom numi ***contor***) ia valori consecutive de la 64 la 289. Problema se reduce la aflarea numărului de valori pe care le ia contorul, deci trebuie să găsim câte numere naturale sunt de la 64 până la 289, adică $289 - 64 + 1 = 226$ numere.
În același fel, numerele impare de la 127 până la 579 se pot scrie: $127 = 2 \cdot \mathbf{63} + 1$, $129 = 2 \cdot \mathbf{64} + 1$, $131 = 2 \cdot \mathbf{65} + 1$, ..., $557 = 2 \cdot \mathbf{287} + 1$, $579 = 2 \cdot \mathbf{289} + 1$, deci contorul k ia valori de la 63 la 289. Ca urmare, între 127 și 579 sunt $289 - 63 + 1 = 227$ numere pare.

19 **a** Scrieți primele 12 numere din șirul numerelor naturale.

b Care este al 57-lea număr natural din șirul numerelor naturale nenule?

c Care este al 33-lea număr par din șirul numerelor naturale nenule?

d Care este al 257-lea număr natural par din șirul numerelor naturale?

e Care este al 138-lea număr natural impar din șirul numerelor naturale?

Rezolvare: **c** Cum șirul numerelor naturale nenule este 1, 2, ..., n, ... , iar numerele pare nenule sunt de forma $2 \cdot k$, $k \in \mathbb{N}^*$, rezultă că al 33-lea număr par nenul este $2 \cdot 33 = 66$.

20 Pe ecranul calculatorului sunt scrise toate numerele de la 600 la 2013. Alin utilizează un program care șterge de pe ecran numerele pare. Câte numere rămân pe ecran?

21 Aflați câte numere se găsesc în fiecare dintre secvențele:

a 1, 2, 3, ..., 30; **b** 10, 11, 12, ..., 30; **c** 2, 4, 6, 8, ..., 200;
d 0, 1, 2, 3, ..., 19; **e** 17, 18, 19, ..., 156; **f** 11, 13, 15, 17, ..., 137;
g 15, 20, 25, ..., 125; **h** 9, 12, 15, ..., 249; **i** 6, 12, 18, ..., 660.

22 **a** Câte numere impare se găsesc în șirul: 5, 6, 7, 8, ..., 20?

b Câte numere pare se găsesc în șirul: 2, 4, 6, 8, ..., 80?

c Câte numere pare se găsesc în șirul: 7, 14, 21, 28, ..., 140?

d Câte numere impare se găsesc în șirul: 5, 10, 15, 20, ..., 215?

23 Pentru fiecare din șirurile de mai jos observați regula de alcătuire și scrieți încă trei numere:

a 8, 14, 20, ..., ..., ... **b** 12, 23, 34, ..., ..., ... **c** 13, 35, 57, ..., ..., ...
d 1, 4, 16, ..., ..., ... **e** 5, 11, 23, ..., ..., ... **f** 7, 20, 59, ..., ..., ...

24 **a** Câte numere de două cifre există? Câte numere impare de trei cifre există?

b Aflați câte numere de două cifre distincte există.

c Determinați numărul de numere pare de forma $\overline{ab5c}$.

d Determinați câte numere pare sunt de forma $\overline{2ab6c}$.

[1] Metoda contorului de numărare se utilizează, în general, pentru determinarea numărului de termeni ai unei secvențe de numere naturale care se obțin numărând din r în r începând de la primul termen al secvenței, unde r este un număr natural nenul dat. Vom învăța că o astfel de secvență se numește *progresie aritmetică*, iar r se numește rația progresiei.

Rezolvare: **a** Prima cifră a unui număr de două cifre $\overline{ab}$ poate fi oricare cifră de la 1 până la 9, adică se poate alege în 9 moduri. Pentru a doua cifră sunt 10 posibilități de alegere, adică oricare dintre cifrele de la 0 până la 9. Pentru fiecare cifră a putem scrie oricare din cele 10 cifre b, deci vor fi $9 \cdot 10 = 90$ numere naturale diferite.

Dacă $\overline{abc}$ este un număr impar, atunci cifra a poate lua 9 valori, cifra b 10 valori, iar cifra c 5 valori (1, 3, 5, 7 sau 9), deci sunt $9 \cdot 10 \cdot 5 = 450$ numere impare de trei cifre.
Metoda folosită mai sus se numește:

Regula produsului. Numărul numerelor de n cifre cu proprietatea că pentru cifra de pe poziția k (unde $k = 1, 2, ..., n$) există a_k posibilități de alegere, independente de alegerile cifrelor anterioare, este egal cu $a_1 \cdot a_2 \cdot ... \cdot a_n$.

25 Utilizând, eventual, regula produsului descrisă mai sus, determinați:

a câte numere de trei cifre se pot forma, folosind numai cifrele 5 și 7;

b câte numere de trei cifre se pot forma, folosind numai cifrele 2, 3 și 4;

c câte numere impare de patru cifre se pot forma cu numerele 1, 2, 3 și 4.

26 **a** Câte numere naturale de patru cifre se pot forma cu cifrele 2, 5 și 8?

b Câte numere naturale de patru cifre se pot forma cu cifrele 0, 2, 7?

27 Determinați:

a Câte numere naturale de 6 cifre încep cu 123?

b Câte numere naturale de 6 cifre se termină cu 123?

c Câte numere naturale de 6 cifre conțin secvența de cifre 123?

d Câte numere naturale de 6 cifre distincte se termină cu 123?

28 **a** Câte cifre s-au folosit pentru numerotarea unei cărți cu 100 de pagini?

b Pentru numerotarea paginilor unei culegeri de matematică s-au folosit 450 cifre. Câte pagini are culegerea?

29 **a** Câte cifre s-au folosit pentru numerotarea unei cărți cu 1 024 de pagini?

b Pentru numerotarea paginilor unei enciclopedii s-au utilizat 3 389 cifre. Câte pagini are enciclopedia?

30 **a** Câte numere impare se găsesc în șirul: 17, 18, 19, ..., 173?

b Câte numere pare se găsesc în șirul: 3, 6, 9, 12, 15, 18, ..., 300?

c Câte numere conține următorul șir: 11, 16, 21, ..., 2 011?

Aprofundare

31 Determinați:

a de câte ori se folosește cifra 3 în scrierea numerelor naturale de la 1 la 100;

b de câte ori se folosește cifra 1 în scrierea numerelor naturale de la 1 la 1 000.

32 **a** Câte numere naturale de forma $\overline{aba}$ cu $a \neq 0$ și $a \neq b$ există?

b Câte numere naturale au forma $\overline{abcabc}$, cu $a \neq 0$ și $a \neq b \neq c \neq a$?

c Câte numere naturale sunt de forma $\overline{abc}$, cu $a \neq 0$ și $a < b < c$?

33 **a** Câte numere naturale au forma $\overline{abcd}$, cu $a \neq 0$ și $a > b > c > d$?

b Câte numere naturale impare sunt de forma $\overline{abcd}$ cu $a \neq 0$ și $a > b > c > d$?

c Câte numere naturale sunt de forma $\overline{abc}$ au produsul cifrelor număr impar?

34 **a** Determinați numerele naturale de forma $\overline{abc}$, știind că $a + c = 3$.

b Determinați numerele naturale de forma $\overline{abc}$, știind că $a + c = 6 \cdot b$.

35 Determinați cifrele a, b, c, d, e știind că $\overline{abcda}$, $\overline{a4c7b}$ și $\overline{2b5de}$ sunt numere naturale pare consecutive.

36 Aflați numărul perechilor de numere naturale consecutive de forma $\overline{ab3}$, $\overline{ca4}$.

Probleme de șapte stele

37 Se construiește numărul natural 35355355535555... după regula: după primul trei se scrie un cinci, după al doilea trei doi de cinci, după al treilea trei se scriu trei de cinci ș.a.m.d.

a Care este cifra de pe poziția 21?

b A câta cifră a numărului va fi a zecea cifră de 3?

38 Determinați al 13-lea număr din șirul de numere: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...

Indicație: Observați legătura între fiecare termen, începând cu al treilea, și cei doi termeni anteriori.

39 Aflați câte numere au în comun șirurile 10, 15, 20, ..., 2010 și 10, 14, 18, ..., 2010.

40 Determinați numărul termenilor secvenței

$$1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 16, ..., 2\,513.$$

41 Determinați cifra de pe poziția 2020 a numărului:

$$A = 1222232224222252222\ldots2011\underbrace{222\ldots2}_{2011 \text{ cifre}}.$$

42 Se consideră o secvență de 8 numere naturale, cu proprietatea că între oricare două numere alăturate diferența este de 1.

a Se poate alcătui o astfel de secvență cu numerele 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7? Dar cu 1, 2, 3, 5, 6, 7?

b Care este cea mai mică sumă a tuturor numerelor dintr-o astfel de secvență? Câte astfel de secvențe există?

43 Câte numere naturale, formate **cu cifre distincte**, adunate cu răsturnatele lor dau 17 237?

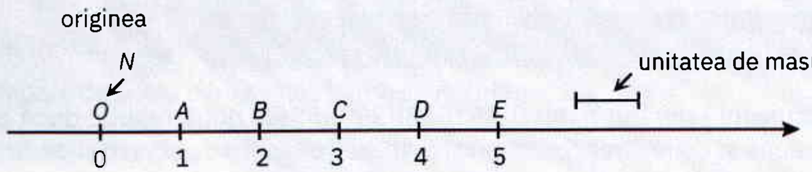
44 Aflați suma cifrelor succesorului **celui mai mic** număr natural mai mare ca 3 958 și care este format din aceleași cifre.

I.2 Reprezentarea numerelor naturale pe axa numerelor. Compararea numerelor naturale. Aproximări

Axa numerelor. O dreaptă pe care se fixează un punct, numit *origine*, un sens de deplasare și un segment numit *unitate de măsură* se numește *axa numerelor.*

Fiecărui număr natural îi corespunde, pe axă, un punct. Numărul respectiv se numește *coordonata punctului.* Originea are coordonata 0 (zero).

Exemplu:



Compararea numerelor naturale. Dintre două numere naturale care au un număr diferit de cifre este mai mare numărul care are mai multe cifre. Dintre două numere naturale, care au același număr de cifre, numărul mai mare este cel la care întâlnim prima cifră mai mare, când comparăm cifrele de același ordin de la stânga la dreapta. Semnele folosite în compararea numerelor sunt: $=$, $<$, $>$, $\leq$, $\geq$.

Observație. Dintre două numere naturale reprezentate pe axa numerelor, mai mare este cel reprezentat în dreapta celuilalt.

Aproximări, rotunjiri, estimări. Uneori, nu este necesar să știm exact toate cifrele unui număr, ci numai ordinul său de mărime. Spre exemplu, dacă la un concert participă 2 103 spectatori, o cronică a concertului va menționa că au luat parte *aproximativ* 2 000 de spectatori (un număr mai ușor de reținut decât 2 103).

Atunci când utilizăm, în locul unui număr natural dat, un alt număr, apropiat de el, se spune că am folosit o *aproximare* a numărului respectiv. Există trei tipuri de aproximări: prin lipsă, prin adaos și prin rotunjire.

Aproximarea prin lipsă a unui număr natural la ordinul zecilor (sutelor, miilor etc.) este cel mai mare număr natural format numai din zeci (sute, mii etc.), mai mic sau egal cu numărul respectiv.

Aproximarea prin adaos a unui număr natural la ordinul zecilor (sutelor, miilor etc.) este cel mai mic număr natural format numai din zeci (sute, mii etc.), strict mai mare decât numărul respectiv.

Rotunjirea unui număr natural la ordinul zecilor (sutelor, miilor etc.) este aproximarea la ordinul considerat, prin lipsă sau prin adaos, cea mai apropiată de numărul respectiv. În cazul în care cele două aproximări sunt la fel de apropiate de număr, pentru rotunjire se ia în considerare aproximarea prin adaos.

Observație 1. Aproximarea prin lipsă a unui număr natural la ordinul zecilor se obține înlocuind ultima cifră a numărului (cifra unităților) cu zero, aproximarea prin lipsă la ordinul sutelor se face înlocuind ultimele două cifre ale numărului cu zero etc.

Observație 2. Un număr natural este mai mare sau egal cu orice aproximare a sa prin lipsă (de orice ordin) și mai mic strict decât orice aproximare prin adaos.

Observație 3. Diferența între aproximările prin adaos și prin lipsă la ordinul zecilor (respectiv ordinul sutelor, miilor etc.) este egală cu 10 (respectiv 100, 1 000 etc.).

Exemple:

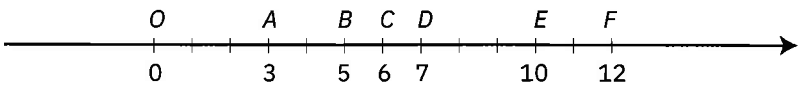
	Aproximarea la ordinul zecilor prin			Aproximarea la ordinul sutelor prin		
Numărul	lipsă	adaos	rotunjire	lipsă	adaos	rotunjire
2 537	2 530	2 540	2 540	2 500	2 600	2 500
782	780	790	780	700	800	800
4 150	4 150	4 160	4 150	4 100	4 200	4 200

Exersare

1 **a** Reprezentați pe axă numerele: 3, 5, 6, 7, 10, 12

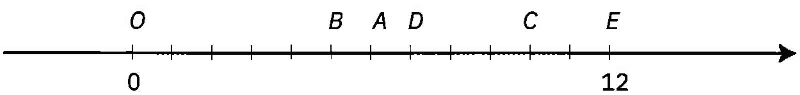
b Reprezentați pe axa numerelor punctele $M(2)$, $N(4)$, $P(8)$, $R(9)$, $S(12)$, $T(13)$.

Rezolvare: **a** Se scrie $A(3)$, $B(5)$, $C(6)$, $D(7)$, $E(10)$, $F(12)$.



2 Reprezentați pe axa numerelor punctele corespunzătoare numerelor: 0, 1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 12.

3 Determinați coordonatele punctelor A, B, C și D din reprezentarea de mai jos.



4 Scrieți în ordine descrescătoare numerele 1 234, 1 342, 2 314, 2 143 și 4 321.

5 Scrieți în ordine crescătoare numerele naturale:

a mai mici decât 11;
b cuprinse între 14 și 21;
c impare, cuprinse între 26 și 62;
d pare, cuprinse între 32 și 41.

6 Comparați numerele:

a 1 234 și 1 342;
b 304 561 și 89 798;
c 909 090 și 909 909.
d 13 657 și 13 675;
e 273 747 și 276 801;
f 789 456 și 79 456.

7 **a** Aproximați numărul 312 483 prin lipsă la zeci, sute, mii și sute de mii.

b Aproximați numărul 945 366 prin adaos la zeci, sute, mii și zeci de mii.

c Aproximați numărul 606 101, pe rând la ordinul zecilor, sutelor, miilor, zecilor de mii și sutelor de mii, prin lipsă și prin adaos.

d Rotunjiți numărul 94 169 la ordinul zecilor, sutelor, miilor și zecilor de mii.

8 Rotunjiți, cu aproximare la ordinul sutelor, următoarele numere:
3 672, 1 293, 7 081, 56 218, 76 398, 38 171, 48 139, 48 913, 67 009, 67 090.

9 Scrieți, în ordine crescătoare, toate numerele **naturale** de trei cifre care:

a se pot forma cu cifrele 1, 3, 6;

b au cifra sutelor 7, cifra unităților 6, iar **cifra zecilor mai mică** decât cifra sutelor.

10 **a** Scrieți cel mai mic număr natural de șase cifre, nici una 0, cu cifra sutelor mai mare decât cifra unităților.

b Determinați cel mai mare număr natural de șase cifre, mai mic decât cel mai mare număr natural de șase cifre diferite.

Consolidare

11 Determinați următoarele numere naturale:

a cel mai mic număr natural impar de trei cifre;

b cel mai mare număr natural par de trei cifre;

c cel mai mic număr natural de trei cifre distincte;

d cel mai mare număr natural format cu patru cifre distincte;

e cel mai mare număr care se scrie cu trei cifre pare și două impare, toate distincte;

f cel mai mic număr de forma $\overline{a2b3c4}$, cu toate cifrele distincte.

12 Fie numărul 547 689. Plasați cifra 2 între două cifre ale numărului pentru a obține cel mai mare și respectiv, cel mai mic număr posibil.

13 **a** Reprezentați pe axa numerelor punctele corespunzătoare numerelor naturale cuprinse între 9 și 19. Câte puncte ați obținut?

b Reprezentați pe axa numerelor punctele corespunzătoare numerelor pare cuprinse între 5 și 17. Câte puncte ați obținut?

c Reprezentați pe axa numerelor punctele corespunzătoare numerelor impare cuprinse între 0 și 16. Câte puncte ați obținut?

14 Alegând convenabil o unitate de măsură, reprezentați pe axa numerelor punctele corespunzătoare numerelor: 100, 200, 325, 500.

15 Scrieți în fiecare caz patru numere naturale, cuprinse între 27 369 și 27 963, care rotunjite la ordinul sutelor sunt egale cu: **a** 27 000; **b** 27 500; **c** 28 000.

16 Se dau numerele $\overline{353a17}$ și $\overline{3b4739}$. Alegeți cifrele a și b, astfel încât:

a primul număr să fie mai mare decât al doilea;

b al doilea număr să fie mai mare decât primul.

Câte soluții sunt în fiecare caz?

17 **a** Fie numărul 538 629. Plasați cifra 4 între cifrele sale, astfel încât numărul obținut să fie cel mai mic posibil.

b Fie numărul 976 813. Ștergeți o cifră a acestui număr, astfel încât numărul rămas să fie cel mai mare posibil.

18 Scrieți 6 numere naturale, cuprinse între 71 356 și 71 635, care se pot rotunji la:

a 71 500; **b** 71 400; **c** 71 570.

19 Determinați:

a câte numere naturale au aproximarea prin lipsă la ordinul zecilor egală cu 200;

b câte numere naturale au aproximarea prin adaos la ordinul sutelor egală cu 500;

c câte numere naturale de patru cifre se pot rotunji la ordinul sutelor, astfel încât după rotunjire să se obțină numărul 1700.

20 **a** Scrieți 4 numere consecutive mai mici decât 11. **Câte posibilități** sunt?

b Scrieți 4 numere pare consecutive mai mici decât **11. Câte posibilități** sunt?

c Scrieți 4 numere impare consecutive mai mici **decât 11. Câte** posibilități sunt?

21 Determinați toate numerele naturale de forma $\overline{abc}$, știind că $200 < \overline{abc} < 400$ și $c = a + b + 3$.

22 **a** Determinați cel mai mic număr natural de cinci cifre diferite care este mai mare decât 30 000 și are suma cifrelor sale mai mare decât 21.

b Aflați cel mai mic număr natural de cinci cifre distincte, știind că este mai mare decât 20 000 și că suma cifrelor sale este mai mare decât 18.

23 **a** Scrieți cel mai mic număr natural cu suma cifrelor 2018.

b Scrieți cel mai mic număr natural cu suma cifrelor este egală cu 2016, în scrierea căruia se folosesc cel puțin două cifre diferite.

24 Aflați toate numerele de 5 cifre mai mari decât 99 733 cu suma cifrelor 32.

25 Se consideră numărul 571 934.

a Înlocuiți o cifră cu alta, astfel încât să obțineți cel mai mic număr posibil.

b Ștergeți o cifră și puneți o altă cifră astfel încât să obțineți cel mai mare număr posibil cu toate cifrele diferite.

Aprofundare

26 **a** Dacă $a \geq b \geq c \geq 2$, atunci arătați că $3 \cdot a + 4 \cdot b + 5 \cdot c > 23$.

b Dacă $a > b > c \geq 2$, atunci arătați că $7 \cdot a + 5 \cdot b + 3 \cdot c > 48$.

c Dacă $a > b > c \geq 2$ atunci arătați că $\overline{abc} \geq 432$.

27 **a** Scrieți numerele pare cuprinse între $\overline{4ab3}$ și $\overline{4ab8}$.

b Scrieți numerele impare cuprinse între $\overline{6ba56}$ și $\overline{6ba68}$.

28 **a** Determinați numărul numerelor de forma $\overline{ab3}$, cu $a + b < 6$.

b Determinați numărul numerelor pare de forma $\overline{3ab}$, cu $a + b < 6$.

c Determinați numărul numerelor impare de forma $\overline{a3b}$, cu $a + b < 6$.

29 Determinați numărul tripletelor (a, b, c), astfel încât $\overline{12a5b} > \overline{12c56}$.

30 **a** Dacă $1234 < \overline{abcd} < 1256$, atunci arătați că $17 > a + b + c + d > 6$.

b Dacă $1276 > \overline{a2b5} > 1236$, atunci arătați că $8 \geq a + b > 4$.

31 a Dacă $\overline{1abc} > \overline{abc1}$, atunci arătați că $\overline{abc} < 111$.

b Dacă $\overline{ab34} > 1245 > \overline{12cd} > 1239$, atunci arătați că $a + b + c + d \geq 6$.

Probleme de șapte stele

32 Fie $A = \overline{abc}$ și $B = \overline{def}$. Știind că suma cifrelor lui A este 25 și suma cifrelor lui B este 26, determinați perechile (A, B) cu $A > B$.

33 Determinați câte numere de forma $\overline{abc}$ verifică relația $\overline{abc} > \overline{bac}$.

34 Determinați $\overline{abc}$, știind că $\overline{abc} > \overline{cab}$ și că între numerele $\overline{abc}$ și $\overline{cab}$ se află 89 de numere naturale.